Concurso Público para provimento dos cargos de servidores efetivos do
Ministério Público do Estado do Acre (MPAC)

RESPOSTA ESPERADA PRELIMINAR DA PROVA DISCURSIVA

Cargo: Analista Ministerial – Estatística

Questão 01

A função de verossimilhança é dada por

$$L(\mu;\sigma_0^2,x)=\prod_{i=1}^{n} f\,(x_i;\mu,\sigma_0^2)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\,e^{\frac{-1}{2\sigma_0^2}(x_i-\mu)^2}=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\right)^n e^{\frac{-1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}$$

A função log-verossimilhança é dada por

$$log\left(L(\mu;\sigma_0^2,x)\right)=l(\mu;\sigma_0^2,x)=\frac{-n}{2}log(2\pi)-nlog(\sigma_0)-\frac{1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$$

A primeira derivada da função log-verossimilhança é dada por

$$\frac{dl(\mu;\sigma_0^2,x)}{d\mu}=\frac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)$$

Um candidato a estimador de máxima verossimilhança é obtido igualando a primeira derivada da função log-verossimilhança a zero, ou seja

$$\frac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\hat{\mu})=0\Rightarrow\sum_{i=1}^{n}(x_i-\hat{\mu})=0\Rightarrow\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)-n\hat{\mu}=0\Rightarrow\hat{\mu}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\bar{x}$$

A segunda derivada da função log-verossimilhança é dada por

$$\frac{d^2l(\mu;\sigma_0^2,x)}{d^2\mu}=\frac{-1}{\sigma_0^2}$$

Note que a segunda derivada da função log-verossimilhança é igual a uma constante e é sempre negativa. Portanto, é possível afirmar que a média amostral é o ponto de máximo da função log-verossimilhança, consequentemente é o estimador de máxima verossimilhança para μ.

Para a obtenção do estimador de máxima verossimilhança do parâmetro μ da distribuição normal $N(\mu,\sigma_0^2)$, com σ_0 conhecido, fazemos o seguinte processo:

- Encontrar a função de verossimilhança;
- Calcular a função log-verossimilhança;
- Calcular a primeira derivada da função log-verossimilhança;
- Igualar a primeira derivada da função log-verossimilhança a zero e encontrar um candidato a ponto de máximo da função;
- Calcular a segunda derivada da função log-verossimilhança e verificar que esta derivada é negativa para concluir que o candidato é ponto de máximo, e portanto, é o estimador de máxima verossimilhança.